Soit $A(x_A, y_A), B(x_B, y_B), K(x_K, y_K)$ 3 points donnés et distinct du plan P. Notons H le projeté orthogonal du point K sur la droite (AB).

Posons $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Par définition, l'équation de la droite (AB) est donné par la formule :

$$(AB) : y = ax - ax_A + y_A$$

La droite (KH) étant perpendiculaire à la droite (AB) sont équation est du type :

$(KH) : y = -\frac{1}{a}x + C$, oú C est une constante à déterminer

Les coordonnées du point K vérifie l'équation de la droite (KH). Ce qui permet de déterminer la valeur de la constante C.

Ce qui donne donc :

$(KH) : y = -\frac{1}{a}x + y_K + \frac{1}{a}x_K$

Le système suivant permet donc d'obtenir les coordonnées du point H

$$\begin{cases} y = ax - ax_A + y_A \\ y = -\dfrac{1}{a}x + y_K + \dfrac{1}{a}x_K \end{cases} \tag{1}$$

Résultat :

Coordonnée du point H projection orthogonal de K sur (AB)

$$\begin{cases} a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \\ x_H = \dfrac{ay_K + x_K + a^2x_A - ay_A}{1 + a^2} \\ y_H = \dfrac{a}{1 + a^2}(ay_K + x_K + a^2x_A - ay_A) - ax_A + y_A \end{cases} \tag{2}$$

Coordonnée du point K' symétrique de K par rapport à la droite (AB)

$$\begin{cases} x_{K'} = 2(\dfrac{ay_K + x_K + a^2x_A - ay_A}{1+a^2}) - x_K \\ y_{K'} = 2(\dfrac{a}{1+a^2}(ay_K + x_K + a^2x_A - ay_A) - ax_A + y_A) - y_K \end{cases} \tag{3}$$